საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის მოამბე, 175, №2, 2007
BULLETIN OF THE GEORGIAN NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES, 175, №2, 2007

Mathematics & Physical Sciences

Mathematics

On Approximate Properties of Multidimensional Cauchy Kernel Integral Operator

Levan Zhizhiashvili†

Academy Member, I. Javakhishvili Tbilisi State University

ABSTRACT. Some approximate properties of multidimensional Cauchy kernel integral operators for functions of the class $L^p(R^d)$, $p\in[1,+\infty[$, are established. © *2007 Bull. Georg. Natl. Acad. Sci.*

Key words: *d-dimensional Cauchy kernel integral operator.*

1. By the symbols $x=(x_1, x_2,\dots, x_n)$, $y=(y_1, y_2,\dots, y_n)$, $t=(t_1, t_2,\dots, t_n)$, … we denote points of d-dimensional space R^d. We mean that for point y all coordinates $y_i>0$ ($i=\overline{1,d}$). We consider functions $f: R^d\to R$, where $R\equiv R^1=]-\infty,+\infty[$. If $p\in[1,+\infty[$ is a number and $f\in L^p(R^d)$, $p\in[1,+\infty[$, then, as usual,

$$\|f\|_p=\left\{\int_{R^d}|f(x)|^p\right\}^{1/p}.$$

Consider coordinate vectors $(e_i)_{i=1}^d$ and suppose that $\tau>0$, $\delta>0$. If $f\in L^p(R^d)$, $p\in[1,+\infty[$, then the expression

$$\omega_i(\delta,f)_p=\sup_{0<\tau\le\delta}\|f(\cdot+e_i\tau)-f(\cdot)\|_p\quad(i=\overline{1,d})$$

is called partial L^p–modulus of continuity of function f. Using the Minkowski inequality, we have

$$\omega_i(\delta,f)_p\le 2\|f\|_p\quad(i=\overline{1,d}).$$

2. Let $K(x_i,y_i)$ be the one-dimensional Cauchy kernel with respect to coordinate x_i, i.e.

$$K(x_i,y_i)=\frac{y_i}{\pi}\cdot\frac{1}{x_i^2+y_i^2}\quad(i=\overline{1,d}).$$

We denote d-tuple Cauchy kernel $K(x,y)$

$$K(x,y)=\prod_{i=1}^d K(x_i,y_i).$$

Suppose $f \in L^p(R^d)$, $p \in [1,+\infty[$. We call the following expression Cauchy d-dimensional integral operator for function f

$$F_y(f)(x) \equiv F_y(x,f) \equiv F_y(x,f,K) = \int_{R^d} f(t) \prod_{i=1}^{d} K(t_i - x_i, y_i) dt.$$

3. Some approximate properties of $F_y(f)$ are established in this paper. Particularly, the proposition stated below is a d-dimensional generalization of the corresponding theorem from [2].

Theorem. *Let a number* $p \in [1,+\infty[$ *and a function* $f \in L^p(R^d)$. *Then*

$$\left\| F_y(f) - f \right\|_p \le A(p,d)$$

where $A(p,d)$ *is a positive finite number depending only on the parameters p and d.*

მათემატიკა

კოშის მრავალგანზომილებიანი ინტეგრალური ოპერატორის ზოგიერთი აპროქსიმაციული თვისების შესახებ

ლ. ჟიჟიაშვილი†

აკადემიის წევრი, ი. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

სტატიაში დადგენილია კოშის d-განზომილებიანი ინტეგრალური ოპერატორის ზოგიერთი აპროქსიმაციული თვისება $L^p(R^d)$, $p \in [1,+\infty[$ კლასის ფუნქციისათვის.

REFERENCES

1. *E.Titchmarsh*. (1948), Introduction to the theory of Fourier integrals. M.-L. (Russian).
2. *L. Zhizhiashvili*. (2006), Bull. Georg. Acad. Sci., **173**, 1: 5-6.

Received January, 2007